

## 杭の水平抵抗問題におけるせん断変形の影響

正会員 ○ 中井 正一<sup>\*1\*</sup>  
同 久世 直哉<sup>\*2</sup>  
同 二木 幹夫<sup>\*2</sup>

杭基礎 水平抵抗 弾性支承梁  
せん断変形

## 1. はじめに

水平力を受ける杭基礎や地盤改良(柱状改良)体の設計には、弾性支承梁モデルが用いられる。最も簡単な方法は、杭長を半無限とし、地盤反力係数が一定とするもので、数式による解が与えられている。これ以外の条件の場合には有限要素法やマトリックス構造解析法などが用いられる。これら数値解では通常、杭のせん断変形は考慮されるが、前者の解析解ではせん断変形は考慮されず、曲げ変形のみが考慮される。大口径杭や短杭では、せん断変形の影響が無視できない可能性がある。

本研究では、せん断変形を考慮した弾性支承梁を定式化し、杭の水平抵抗問題におけるせん断変形の影響について検討を行った。なお、本報告では、杭頭固定(回転拘束)の場合について示す。

## 2. 検討方法

## 2.1 微分方程式の誘導

せん断変形を考慮した梁は通称 Timoshenko 梁として知られており、せん断変形の考慮法には複数の方法があるとされている。ここでは、参考文献<sup>1)</sup>に従い、変形前の長さ方向直交断面は、せん断変形の影響により変形後には平面は保つものの直交軸に対して回転すると仮定する。微小要素(図1)に作用する力の釣合より、微分方程式は以下のように表される。

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + \left( \kappa \frac{EI}{GA} \frac{d^2 y}{dx^2} + k_h B \right) y = 0 \quad (1)$$

ここに、 $x$ は深さ、 $y$ は杭の変位(梁のたわみ)、 $EI$ は杭の曲げ剛性、 $GA$ はせん断剛性、 $\kappa$ はせん断補正係数である。

## 2.2 Rayleigh-Ritz 法による解法

(1)式を、振動する梁(一端回転拘束、他端自由)の固有関数を用い、エネルギー法<sup>2)</sup>により解く。

一様地盤に設置された一様断面の杭を考える。杭長を  $L$  とする。深さ  $x$  における杭の水平変位  $y$  は、

$$y = A + \sum_{i=1}^n a_i \phi_i(x) = [N] \{ \alpha \}$$

$$[N] = [ 1 \quad \phi_1(x) \quad \phi_2(x) \quad \cdots \quad \phi_n(x) ] \quad (2)$$

$$\{ \alpha \} = [ A \quad a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_n ]$$

$$\phi_i(x) = \cosh \lambda_i x - \cos \lambda_i x - \kappa_i (\sinh \lambda_i x - \sin \lambda_i x)$$

ここに、 $[N]$ は形状関数、 $\{ \alpha \}$ は未定係数であり、 $\phi_i(x)$ は振動する梁の  $i$  次固有関数、 $\lambda_i L$ は固有値、 $\kappa_i$ は特性係数である。未定係数  $\{ \alpha \}$ は、最小ポテンシャルエネルギーの原理より

下式を解くことにより求めることができる。

$$[K] \{ \alpha \} = \{ \beta \} = Q_i [N]_{x=0}^T \quad (3)$$

$$[K] = EI \int_0^L [N'']^T [N''] dx + k_h B \kappa \frac{EI}{GA} \int_0^L [N']^T [N'] dx + k_h B \int_0^L [N]^T [N] dx \quad (4)$$

剛性マトリックス  $[K]$  は上式のように杭全長にわたる定積分となるが、固有関数を用いているため、定積分の結果は簡単な数式により表されると共に、マトリックスの非対角成分は大半がゼロとなる。

## 3. 解析結果と考察

建築学会の基礎構造設計指針巻末の計算例を参考に、比較的軟弱な地盤(以下、標準地盤)に設置された場所打ち杭を基本ケースとして図2のように設定する。変動させたパラメータは、杭長(中間長さの杭: 8m, 短い杭: 5m)、および地盤定数(軟弱地盤  $0.5k_h$ 、硬質地盤  $2k_h$ )である。

まず、杭長が変化した場合の結果を図3に示す。今回設定したケースでは、水平変位・曲げモーメント共にせん断変形の影響はあまり大きくないと言える。ただし、杭長が短くなるに従ってせん断変形の影響は大きくなる傾向にある。また、せん断変形の考慮により、変位は小さく、曲げモーメントは大きくなる。せん断変形を考慮しない場合、変位は安全側、曲げモーメントは危険側となる。また、いずれも無限長仮定の場合に較べて応答結果が大きくなることにも注意が必要である。

なお、せん断変形考慮時に、変位分布および曲げモーメント分布の深部で結果が乱れているのは、固有関数の計算精度に起因するものと考えられ、今後の課題としたい。

基本モデルに対して、地盤反力係数を0.5倍とした場合(軟弱地盤)、および、2倍とした場合(硬質地盤)の比較を図4に示す。図から分かるとおり、長い杭では変位・曲げモーメント共にせん断変形の影響は小さいと言える。

## 4. まとめ

本検討では、杭の水平抵抗問題におけるせん断変形の影響について、せん断変形を考慮した弾性支承梁モデルを用いて検討を行った。その結果、今回の検討ケースではその影響は小さいことが分かった。ただし、短い杭でせん断変形を考慮しない場合、曲げモーメントの評価では危険側になり得ることに留意する必要があると言える。

今回は杭頭固定の場合について検討を行った。地盤改良杭は杭頭自由に相当するが、これについては今後の課題としたい。

参考文献

1) 三好崇夫、加藤久人：技術者のための構造力学－曲げ変形とせん断変形（後編）、[http://www.akashi.ac.jp/~miyoshi/str\\_eng/Theme04/曲げ変形とせん断変形\\_後編.pdf](http://www.akashi.ac.jp/~miyoshi/str_eng/Theme04/曲げ変形とせん断変形_後編.pdf)（2018年4月4日現在）

2) 岸田英明、中井正一：地盤の破壊を考慮したくいの水平抵抗、日本建築学会論文報告集、第281号、pp. 41-55、1979.7

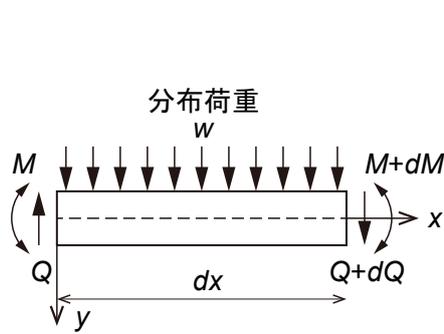
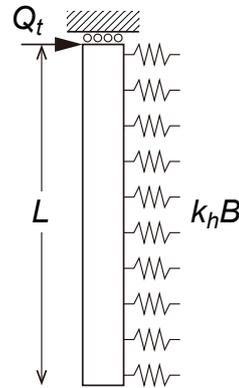


図1 梁要素の力の釣合



杭および地盤の諸元（基本ケース）

$E = 2.36 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$	$I = 0.0491 \text{ m}^4$
$\nu = 0.2$	$EI = 1.16 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$
$G = 9.83 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$	$GA = 7.72 \times 10^6 \text{ kN}$
$B = 1.0 \text{ m}$	$\kappa = 1.33$
$A = 0.785 \text{ m}^2$	$L = 15.0 \text{ m}$

図2 解析諸元

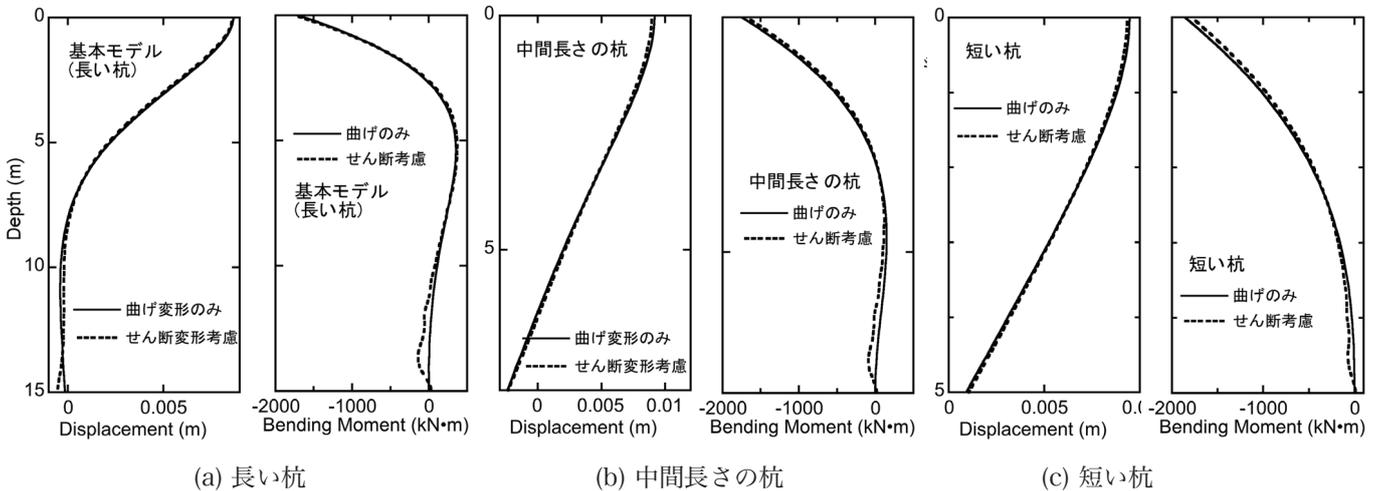


図3 解析結果：杭長による変化（標準地盤）

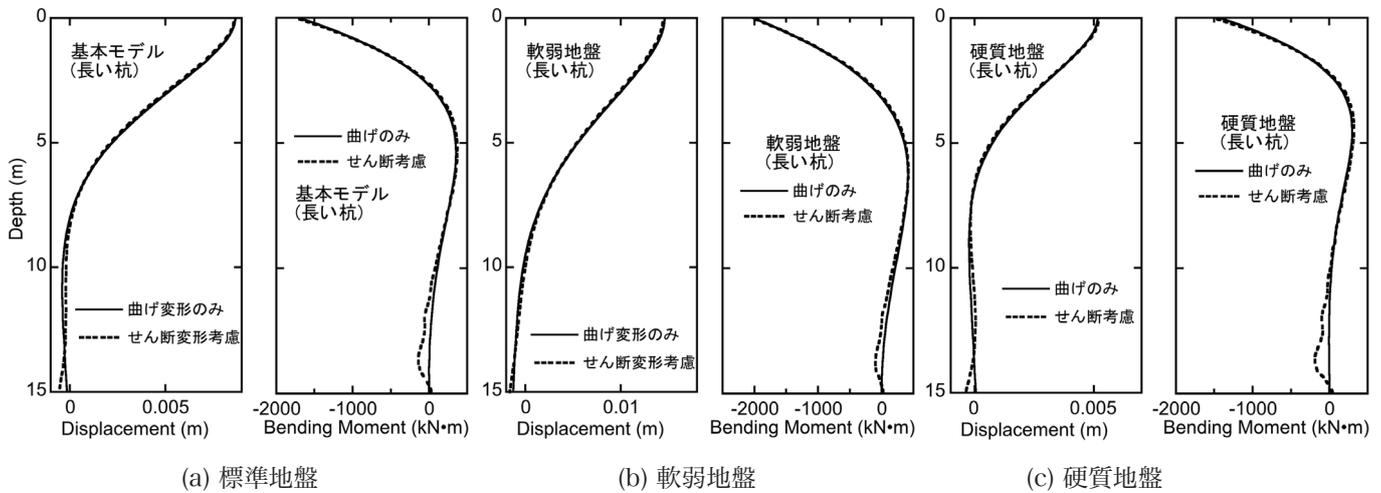


図4 解析結果：地盤の硬軟による変化（長い杭相当）

\*1 千葉大学 名誉教授

\*2 ベターリビング つくば建築試験研究センター

\*1 Prof. Emeritus, Chiba Univ.

\*2 Tsukuba Building Research and Testing Laboratory, Center for Better Living